ЛЕКЦИЯ 3

1 ДИНАМИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

1.1 Момент силы и момент импульса относительно оси.

Уравнение движения вращающегося тела

Различают два основных вида вращательного движения твердого тела:

1) *вращение вокруг неподвижной точки O*, при котором все точки тела движутся по поверхностям концентрических сфер с центром в точке O;

2) *вращение вокруг неподвижной оси* Z; при котором все точки тела вращаются по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, являющейся осью вращения Z.

При анализе вращательного движения твердого тела целесообразно перейти от <u>линейных</u> характеристик, удобных в описании поступательного движения, к специфическим характеристикам вращательного движения (и взаимодействия). В качестве кинематических характеристик таковыми являются <u>угловые</u> характеристики: угол поворота φ, угловая скорость ω = dφ/dt и угловое ускорение ε = dω/dt.

При переходе к изучению вращательного движения динамические характеристики также модифицируются. Векторные меры движения и взаимодействия, соответственно импульс $\vec{P}$ и сила $\vec{F}$, заменяются во вращательном движении на <u>момент импульса</u> $\vec{L}$ и <u>момент силы</u> $\vec{M}$, а мера инертности, масса m , на <u>момент инерции</u> J.

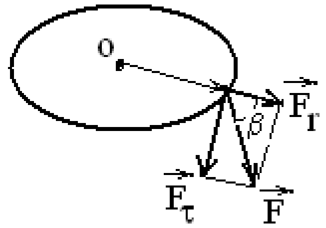

Рис. 1.13

Момент силы $\vec{M} = [\vec{R}, \vec{F}]$*–векторная величина (псевдовектор) – его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от* $\vec{R}$ *к* $\vec{F}$. Его модуль в СИ выражают в ньютон-метрах (Н·м).

Наименьшее расстояние от оси вращения до линии действия силы *l* называется *плечом силы относительно оси вращения.*

Выведем основное уравнение динамики вращательного движения. Пусть к элементу твердого тела с массой Δm_i приложена внешняя сила $\vec{F}$ (Рис.1.13). Под действием тангенциальной составляющей этой силы

$F_{\tau i} = F_i \sin\beta_i$ масса Δm_i приобретает тангенциальное ускорение $a_{\tau i}$.

По II закону Ньютона

$$\Delta m_i a_{\tau i} = F_{\tau i};$$

$$\Delta m_i r_i^2 \varepsilon = r_i F_{\tau i}; \quad \sum_{i=1}^{i=n} \Delta m_i r_i^2 \varepsilon = \sum_{i=1}^{i=n} r_i F_{\tau i}, \qquad (1.71)$$

где $\sum\limits_{i=1}^{i=n} r_i F_{\tau i} = M_z$ – момент силы относительно оси Z,

$\sum\limits_{i=1}^{i=n} \Delta m_i r_i^2 = J_z$ – момент инерции тела относительно оси Z.

$$M_Z = \varepsilon J_Z = J_Z \frac{d\omega_Z}{dt} = \frac{d(J_Z\omega_Z)}{dt} \qquad (1.72)$$

$J_z\omega_z = L_Z$ - момент импульса тела относительно оси Z.

Уравнение (1.72) называется основным уравнением динамики вращательного движения: *скорость изменения момента импульса тела относительно неподвижной оси равна действующему на тело результирующему моменту внешних сил относительно этой оси..*

При $M_Z = 0$,

$$\frac{d(J_Z\omega_Z)}{dt} = 0.$$

Таким образом, мы получили закон сохранения момента импульса тела, вращающегося около закрепленной оси:

$$J_Z\omega_Z = const \qquad (1.72а)$$

Выражение (1.72а) справедливо и для замкнутой **системы тел**, вращающихся вокруг неподвижной оси:

$$\sum J_Z\omega_Z = const$$

В замкнутой системе суммарный момент импульса тел, входящих в систему, относительно закреплённой оси есть величина постоянная.

1.2 Вычисление момента инерции некоторых тел

В общем случае, если тело сплошное, оно представляет собой множество точек с бесконечно малыми массами dm, и момент инерции тела определяется интегралом

$$J = \int_0^m r^2 dm \qquad (1.73)$$

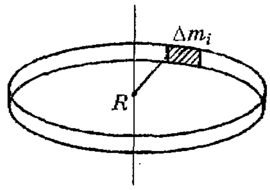

Рис. 1.14

Пределы интегрирования определяются размерами и формой тела. Момент инерции тела зависит от формы тела, относительно какой оси вращается тело и от распределения массы по объему тела.

Теорема Штейнера: Момент инерции тела J относительно произвольной оси равен моменту инерции J_C относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, сложенному с произведением массы тела m на квадрат расстояния между осями.

$$J = J_C + md^2 \qquad (1.74)$$

1. Момент инерции однородного обруча относительно оси, перпендикулярной к плоскости обруча и проходящей через его центр.

Будем считать толщину обруча постоянной, разобьем обруч на малые элементы Δm_i; (Рис. 1.14) . Момент инерции относительно оси выразится выражениями

$$J = \sum \Delta m_i R^2 = mR^2, \quad J = mR^2;$$

т.е. равен произведению массы на квадрат радиуса.

2. Момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через центр масс и через один из концов стержня.

Разобьем стержень на малые элементы. Момент инерции относительно оси одной половины стержня равен $J' = \sum \Delta m_i r_i^2$, а всего стержня $J = 2J'$, $J = 2\sum \Delta m_i r_i^2$. Если ΔS - сечение стержня, ρ - плотность материала, то $\Delta m = \rho \Delta S \Delta r$;

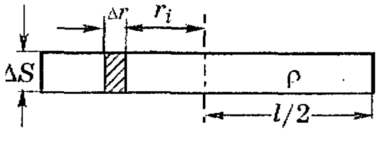

Рис. 1.14а

$$J_C = 2\Sigma \rho \Delta S r_i^2 \Delta r = 2\rho \Delta S \Sigma r_i^2 \Delta r$$

В пределе операция суммирования переходит в интегрирование

$$J_C = 2\rho\Delta S\int_0^{\frac{l}{2}} r^2 dr = 2\rho\Delta S\left.\frac{r^3}{3}\right|_0^{\frac{l}{2}} = \frac{\Delta S\rho l^3}{12}.$$

Так как $m = \rho\,\Delta S$ - масса стержня, то

$$J_C = \frac{ml^2}{12};$$

Если ось вращения параллельна данной и проходит через один из концов стержня, то для нахождения момента инерции воспользуемся теоремой Штейнера:

$$J = J_c + md^2;\ d = l/2;\ J = ml^2/3;$$

(1.75)

1.3 Работа внешних сил при вращении твердого тела. Кинетическая энергия вращающегося тела

Рассмотрим теперь вращение тела с энергетической точки зрения. Допустим, что в некоторой точке тела приложена сила (в плоскости, перпендикулярной оси вращения), направление которой совпадает с вектором линейной скорости этой точки. Поэтому речь идет о силе $\vec{F} = \vec{F}_\tau$. Элементарная работа этой силы равна $dA = F_\tau ds$, где ds — элемент дуги окружности, связанный, как известно, с ее радиусом r и углом поворота φ следующим образом: $dS = rd\varphi$;

Тогда $dA = F_\tau rd\varphi$ или

$$dA = M\Delta\varphi \qquad (1.76)$$

Если $M = const$, то при повороте тела на конечный угол $\Delta\varphi$, формула для работы имеет вид $A = M\Delta\varphi$;

Найдем теперь кинетическую энергию вращающегося тела. Очевидно, эта энергия должна быть равна сумме кинетических энергий отдельных материальных точек, т.е. $W_K = \sum\frac{m_i\upsilon_i^2}{2}$, Но $\upsilon_i = \omega r_i$ и, принимая во внимание, что момент инерции тела относительно оси вращения $J = \sum m_i r_i^2$, получим

$$W_K = \frac{J\,\omega^2}{2} \qquad (1.77)$$

Сравнивая полученное выражение с выражением для кинетической энергии тела, движущегося поступательно $W_K = \frac{m\upsilon^2}{2}$, приходим к выводу, что *момент инерции* вращательного движения - мера инертности тела.

Работа A, совершенная моментом внешних сил на протяжении угла поворота $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, связана с изменением кинетической энергии вращения тела следующим образом $A = \frac{1}{2} J \omega_2^2 - \frac{1}{2} J \omega_1^2$; где ω_2 и ω_1 — угловые скорости тела в моменты, когда его угловые координаты равны соответственно φ_2 и φ_1.

Если тело катится без скольжения, энергия движения складывается из энергии поступательного движения и энергии вращения

$$W_{катящ} = \frac{m v_c^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2} \tag{1.78}$$

где m — масса катящегося тела; v_c — скорость центра масс тела;

J_c — момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω - угловая скорость тела.

2 Элементы механики жидкостей и газов.

2.1 Давление в жидкости и газе.

Молекулы газа, совершая беспорядочное, хаотическое движение, не связаны или слабо связаны силами взаимодействия, поэтому они движутся свободно и в результате соударений стремятся разлететься во все стороны, заполняя весь предоставленный им объем, т.е. объем газа определяется объемом того сосуда, который газ занимает.

Как и газ, жидкость принимает форму того сосуда, в который она заключена. Но в жидкостях в отличие от газов среднее расстояние между молекулами остается практически постоянным, поэтому жидкость обладает практически неизменным объемом.

Хотя свойства жидкостей и газов во многом отличаются, в ряде механических явлений их поведение определяется одинаковыми параметрами и идентичными уравнениями. Поэтому гидроаэромеханика — раздел механики, изучающий равновесие и движение жидкостей и газов, их взаимодействие между собой и обтекаемыми или твердыми телами — использует единый подход к изучению жидкостей и газов.

В механике жидкости и газы рассматриваются как сплошные, непрерывно распределенные тела в занятой ими части пространства. Плотность жидкости мало зависит от давления и во многих задачах можно пользоваться понятием *несжимаемой жидкости* — жидкости, плотность которой всюду одинакова и не изменяется со временем.

Жидкости имеют следующие наиболее характерные свойства.

Типичные жидкости (вода, бензин, спирт и т.п.) не имеют трения покоя, частицы их очень подвижны. В других жидкостях имеется вязкость (внутреннее трение) — это мед, масло, вар и т.п. Однако при продолжительном действии силы частицы вязкой жидкости тоже становятся подвижными. Это свойство выражается так: жидкости не имеют упругости формы, для них модуль сдвига равен нулю.

Практически все жидкости несжимаемы. Это значит, что для них коэффициенты сжатия имеют очень малые значения. Следовательно, приближенно можно считать все жидкости невязкими и несжимаемыми: *такие жидкости называются идеальными*.

Еще В.Паскаль (1623-1662) установил, что давление на жидкость передается ею равномерно во все стороны (закон Паскаля).

Действие силы тяжести приводит к возникновению разности давлений между горизонтальными слоями жидкости находящимися на различной глубине. Разность сил давления в слоях *АВ* и *СД* (рис. 1.16) равна весу вертикального столба жидкости с основанием S и высотой h_1. При поперечном сечении S столба жидкости, его высоте h и плотности ρ сила давления на слой находящийся на глубине *h* находится по формуле: $F = \rho g h S$, а давление на нижнее основание

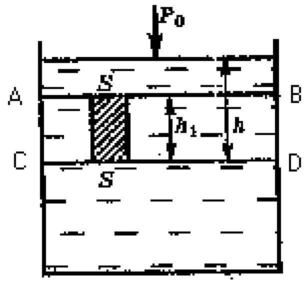

Рис. 1.16

$$P = \rho g h$$

(1.79)

Если давление на поверхности P_0, то в любом горизонтальном слое давление постоянно и будет зависеть от глубины слоя АВ:

$$P = P_0 = \rho g h$$

(1.80)

Согласно формуле (1.82) сила давления на нижние слои жидкости будет больше, чем на верхние, поэтому на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, определяемая законом Архимеда: на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкости (газа) направленная вверх выталкивающая сила, равная весу жидкости (газа) вытесненной телом.

$$F_A = \rho g V$$

(1.81)

где ρ — плотность жидкости, *V* — объем погруженного в жидкость тела.

В жидкостях давление возрастает с глубиной и при этом величина плотности жидкости не меняется, т.к. силы межмолекулярного сцепления очень велики. При испарении жидкости увеличиваются расстояния между молекулами и перестают действовать межмолекулярные силы. Каждый *газ* на Земле подвергается двум влияниям. В результате молекулярного движения газ стремится к равномерному распределению молекул во всем предоставленном ему пространстве. Этому противодействует сила тяжести, которая тянет молекулы вниз.

Изменение плотности газа с высотой представляет существенное отличие аэростатики от гидростатики.

2.2 Стационарное течение жидкости. Уравнение неразрывности

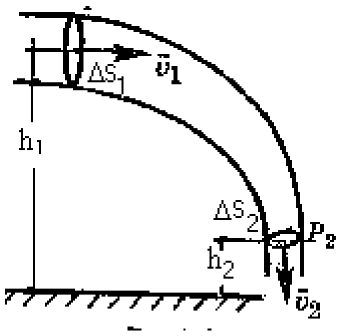

Рис. 1.17

Движение жидкостей называется *течением*, а совокупность частиц движущейся жидкости — *потоком*.

Абсолютно несжимаемая и абсолютно невязкая жидкость называется *идеальной жидкостью*.

Всю жидкость можно представить в виде поля вектора скорости. Тогда в поле вектора скорости можно провести линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением скорости частицы жидкости в этой же точке. Такие линии называются *линиями тока жидкости* (рис. 1.17). Линии тока принято проводить так, что густота их была бы больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее.

Установившееся течение жидкости называют ***стационарным течением***.

В случае стационарного течения скорость жидкости в любой точке объема остается неизменной. Линии тока при стационарном течении остаются неизменными и совпадают с траекторией отдельных частиц жидкости. Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют *трубкой тока* (рис. 1.30).

Возьмем трубку тока и выберем два нормальных сечения ΔS_1 и ΔS_2 (рис. 1.29). Обозначим через $\vec{\upsilon}_1$ скорость течения жидкости в том месте, где проведено сечение ΔS_1, $\vec{\upsilon}_2$ — скорость в сечении ΔS_2. Тогда за единицу времени через сечение ΔS_1 пройдет объем жидкости, равный $\Delta S_1\upsilon_1$, а через сечение ΔS_2 объем $\Delta S_2\upsilon_2$. Поскольку жидкость несжимаемая, то

$$\Delta S_1\upsilon_1 = \Delta S_2\upsilon_2 \tag{1.82}$$

Это соотношение справедливо для любых двух сечений трубки тока. Следовательно

$$\Delta S\upsilon = const \tag{1.83}$$

т.е. произведение скорости течения идеальной жидкости на поперечное сечение есть величина постоянная для данной трубки тока, Уравнение (1.83) называется *уравнением неразрывности* для несжимаемой жидкости.

При стационарном течении идеальной жидкости по какой-либо трубе объем этой трубы совпадает с трубкой тока.

По теореме о неразрывности струи в тех местах, где труба шире, жидкость будет протекать медленней, а в тех местах, где труба уже, скорость течения жидкости будет больше. Другим выводом является то, что давление в широких местах больше, чем в узких.

2.3 Уравнение Бернулли

Выделим в текущей струе жидкости некоторую определенную массу жидкости Δm, которая протекает первоначально через сечение ΔS_1 а затем, через ΔS_2 (Рис.1.18). Пусть скорость течения жидкости в сечении ΔS_1 будет $\vec{\upsilon}_1$, а давление P_1. В сечении ΔS_2 скорость $\vec{\upsilon}_2$, давление P_2. Предположим, что трубка тока находится под некоторым наклоном. Высоту, на которой расположено сечение ΔS_1 обозначим h_1, а где сечение ΔS_2 – обозначим h_2.

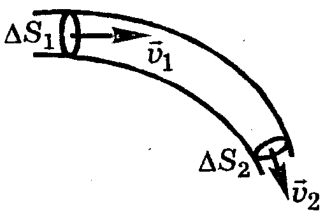

Рис. 1. 18

При протекании некоторой массы жидкости Δm, будет совершаться механическая работа, т.к. на эту массу жидкости действует сила, обусловленная наличием давления P.

Обозначим через E_1 полную энергию массы жидкости Δm в том месте, где она протекает через сечение ΔS_1, а через E_2 — полную энергию жидкости в сечении ΔS_2. Тогда согласно закону сохранения энергии разность энергий $(E_2 - E_1)$ будет равна работе внешних сил, перемещающих массу Δm от сечения ΔS_1 до сечения ΔS_2.

$$E_2 - E_1 = A. \qquad (1.84)$$

Но жидкость обладает как кинетической, так и потенциальной энергией, а это значит

$$E_1 = \frac{\Delta m \upsilon_1^2}{2} + \Delta m g h_1; \qquad E_2 = \frac{\Delta m \upsilon_2^2}{2} + \Delta m g h_2; \qquad (1.85)$$

Работа A совпадает с работой, совершаемой при перемещении всего участка жидкости, заключенного между сечениями ΔS_1 и ΔS_2. Считаем, что эта работа выполняется в течение времени Δt. За это время через сечение ΔS_2 пройдет вся масса жидкости Δm.

Для переноса массы жидкости Δm в месте расположения первого сечения жидкость должна продвинуться на отрезок $\Delta l_1 = \upsilon_1 \Delta t$, во втором сечении на отрезок $\Delta l_2 = \upsilon_2 \Delta t$. Силы, действующие на оба конца выделенного участка жидкости, соответственно равны

$$f_1 = P_1 \Delta S_1 \qquad \text{и} \qquad -f_2 = P_2 \Delta S_2 \qquad (1.86)$$

Сила f_2 имеет знак "минус", т.к. она направлена против направления течения жидкости, потому что представляет собой силу, действующую на рассматриваемый участок со стороны жидкости, находящейся правее сечения. Следовательно, работа A равна

$$A = f_1 \Delta l_1 + f_2 \Delta l_2 = P_1 \Delta S_1 \Delta l_1 - P_2 \Delta S_2 \Delta l_2 = P_1 \Delta S_1 \upsilon_1 \Delta t - P_2 \Delta S_2 \upsilon_2 \Delta t, \qquad (1.87)$$

Подставим (1.86) и (1.87) в (1.89), в результате чего получим

$$\frac{\Delta m \upsilon_2^2}{2} + \Delta m g h_2 - \frac{\Delta m \upsilon_1^2}{2} - \Delta m g h_1 = P_1 \upsilon_1 \Delta S_1 \Delta t - P_2 \upsilon_2 \Delta S_2 \Delta t \qquad (1.88)$$

Перепишем последнее уравнение в виде

$$\frac{\Delta m \upsilon_1^2}{2} + \Delta m g h_1 + P_1 \upsilon_1 \Delta S_1 \Delta t = \frac{\Delta m \upsilon_2^2}{2} + \Delta m g h_2 + P_2 \upsilon_2 \Delta S_2 \Delta t \qquad (1.89)$$

Согласно закону о неразрывности струи $\Delta S_1 \upsilon_1 \Delta t = \Delta S_2 \upsilon_2 \Delta t = \Delta V$

где ΔV - объем жидкости, заключенный между сечениями ΔS_1 и ΔS_2.

Разделим правую и левую части уравнения (1.91) на $\Delta \upsilon$ и, принимая во внимание, что плотность жидкости $\rho = \Delta m/\Delta V$ имеем

$$\frac{\rho \upsilon_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \frac{\rho \upsilon_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2 \qquad (1.90)$$

т.к. сечения выбирались произвольно, то можем записать

$$\frac{\rho \upsilon^2}{2} + \rho g h + P = const \qquad (1.91)$$

Уравнение (1.13) называют *уравнением Бернулли* для наклонной трубки тока. Как видно из его вывода, уравнение Бернулли — выражение закона сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости. Оно хорошо выполняется и для реальных жидкостей, внутреннее трение которых не очень велико.

Величина P в формуле (1.93) называется *статическим давлением* (давление жидкости на поверхность обтекаемого ею тела), величина

$\frac{1}{2}\rho \upsilon^2$ — *динамическим давлением*.

Величина $\rho g h$ представляет собой *гидростатическое давление*.

Если трубка тока расположена горизонтально ($h_1 = h_2$), то уравнение Бернулли имеет следующий вид:

$$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2} + P_1 = \frac{\rho\upsilon_2^2}{2} + P_2 \qquad (1.92)$$

или

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + P = const, \qquad (1.93)$$

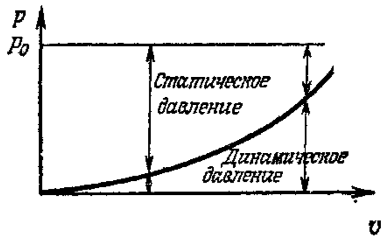

Рис. 1.19

где $\frac{\rho\upsilon^2}{2} + P = P_0$ – называется полным давлением.

Соотношение между динамическим и статистическим давлением в горизонтальной трубке тока можно проиллюстрировать с помощью графика зависимости давления от скорости (рис.1.19).

2.4 Измерение давлений

Статистическое давление это давление жидкости или газа на поверхности обтекаемого тела, поэтому статическое давление можно измерить с помощью манометра установленного перпенди кулярно потоку (рис. 1.20).

Полное давление измеряется с помощью трубки Пито, устанавливаемой

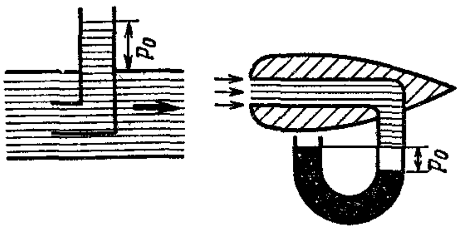

Рисунок 1.21

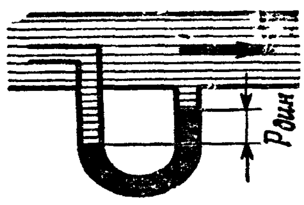

Рис. 1.22

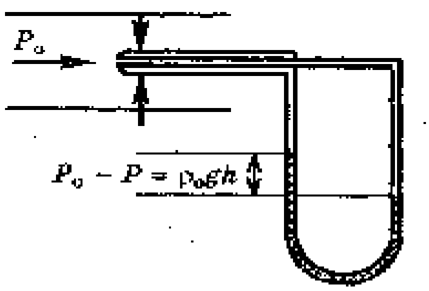

Рис. 1.22 а

вдоль потока (рис. 1. 21)

Разность полного и статистического давлений, т.е. динамическое давление, измеряется комбинацией соответствующих приборов, которая называется напорной трубкой Прандтля (рис. 1.22). Разновидностью этого прибора является трубка Пито-Прандтля, описание которой приводится в следующем параграфе (рисунок 1.22 а).

2.5 Следствия из уравнения Бернулли

1. Из уравнения (1.82) и теоремы о неразрывности струи видно, что при течении жидкости по горизонтальной трубе, имеющей разное сечение, скорость жидкости, и следовательно динамическое давление, больше в местах сужений, а статистическое давление больше в широких местах. (рис. 1.23).

По измеренной разности давлений можно определить скорость потока:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right), \qquad (1.94)$$

т.к. $\upsilon_1 S_1 = \upsilon_2 S_2$, то $\upsilon_2 = \upsilon_1 \dfrac{S_1}{S_2}$ и, следовательно:

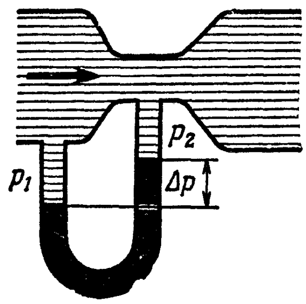

Рис. 1.23

$$\Delta P = \frac{\rho}{2}\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}\upsilon_1^2 - \upsilon_1^2\right) = \frac{\rho}{2}\upsilon_1^2\left(\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1\right) \qquad (1.95)$$

2. Так как динамическое давление связано со скоростью движения жидкости (газа), то уравнение Бернулли позволяет измерять скорость потока жидкости и другим способом. Для этого применяется трубка Пито-Прандтля (рис. 1.22 а). Прибор состоит из двух изогнутых под прямым углом трубок, противоположные концы которых присоединены к манометру. С помощью одной из трубок измеряется полное давление (P_0), с помощью другой — статическое (P).

$$P_0 - P = \rho_0 g h \qquad (1.96)$$

где ρ_0 — плотность жидкости в манометре.

С другой стороны, согласно уравнению Бернулли, разность полного и статического давлений равна динамическому давлению

$$P_0 - P = \frac{\rho \upsilon^2}{2} \qquad (1.96)$$

Из формул (1.58) и (1.59) получаем искомую скорость потока жидкости

$$\upsilon = \sqrt{2\rho_0 g h / \rho} \qquad (1.97)$$

2.6 Вязкость (внутреннее трение). Ламинарный и турбулентный режимы течения жидкостей

Вязкость (внутреннее трение) — это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой.

Когда слои жидкости или газа движутся относительно друг друга с разными скоростями (рис. 1.24), то частицы, переходя из одного слоя в другой, переносят и свой импульс. Следовательно, в слое *L* появляются молекулы с большими скоростями, а в слое *M* — с меньшими. Взаимодействие этих переходящих молекул с основными молекулами вызывает в слоях изменение импульса

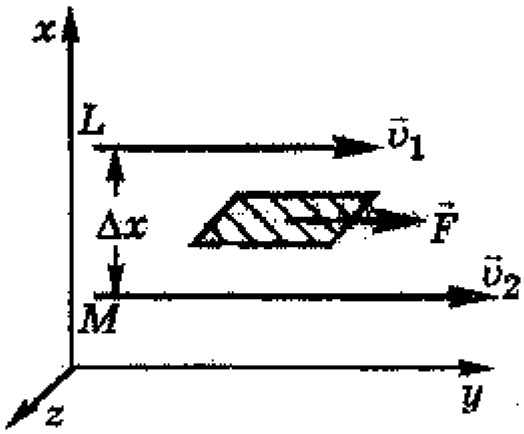

Рис. 1. 24

$$m(\vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1) = m\Delta\vec{\upsilon} = \vec{F}\Delta t$$

,*(1.98)*

В результате инерции частиц в этих слоях появляются силы, противодействующие происходящим в них изменениям движения, а это и есть трение (внутреннее). *Сила внутреннего трения* F тем больше, чем больше рассматриваемая площадь поверхности слоя *S* (рис. 1.38) и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости при переходе от слоя к слою.

На рис. 1.24. представлены два слоя L и M, отстоящие друг от друга на расстояние *Δx* и движущиеся со скоростями $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$. При этом $\vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1 = \Delta\vec{\upsilon}$. Величина $|\vec{\upsilon}/\Delta x|$ показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении *x*, перпендикулярном направлению движения слоев и называется градиентом скорости. Таким образом, модуль силы внутреннего трения

$$\left|\vec{F}\right| = \eta\left|\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta x}\right|S, \qquad (1.93)$$

где η коэффициент пропорциональности, зависящий от природы жидкости, называется динамической вязкостью (или просто вязкостью)

Единица вязкости - паскаль-секунда [Па·с].

Вязкость зависит от температуры, причем характер этой зависимости для жидкостей и газов различен (для жидкостей η с увеличением температуры уменьшается, у газов, наоборот, увеличивается), что указывает на различие в них механизмов внутреннего трения. Особенно сильно от температуры зависит вязкость масел. Например, вязкость касторового масла в интервале 18-

40^0C падает в четыре раза. Русский физик П. Капица (1894-1984) открыл, что при температуре 2,17 К жидкий гелий переходит в сверхтекучее состояние, в котором его вязкость равна нулю.

Существует два режима течения жидкостей. Течение называется *ламинарным* (слоистым), если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними, и *турбулентным* (вихревым), если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).

Английский ученый О. Рейнольдс (1842-1912) установил, что характер течения зависит от безразмерной величины, называемой числом Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\langle v\rangle d}{\eta} = \frac{\langle v\rangle d}{\gamma}, \qquad (1.99)$$

где $\gamma = \eta/\rho$ - кинематическая вязкость; ρ — плотность жидкости; $<\upsilon>$ — средняя по сечению трубы скорость жидкости; d — характерный линейный размер, например, диаметр трубы.

Вычисляя числа Рейнольдса для разных жидкостей и газов, нашли, что переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при значении Re ~ 1160:

если Re < 1160 — движение ламинарное;

если Re> 1160 — движение турбулентное.

Для воды в водопроводных трубах 1200 < Re< 2000.

Если число Рейнольдса одинаково, то режим течения различных жидкостей (газов) в трубах разных сечений одинаков.

2.7 Методы определения вязкости. Метод Стокса.

Этот метод определения вязкости основан на измерении скорости медленно движущихся в жидкости небольших тел сферической формы На шарик, падающий в жидкости вертикально вниз, действуют три силы: сила тяжести $P = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$, где ρ - плотность шарика; сила Архимеда $F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g$, где ρ' — плотность жидкости; сила сопротивления, эмпирически установленная Стоксом $F = 6\pi\eta r\upsilon$, где r — радиус шарика, и υ - его скорость. При равномерном движении шарика.

$$P = F_A + F \qquad (1.100)$$

или

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g + 6\pi\eta r\upsilon \qquad (1.101)$$

откуда

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho')g r^2}{9\upsilon}, \qquad (1.102)$$

Измерив скорость равномерного движения шарика, можно определить вязкость жидкости (газа).

2.8 Метод Пуазейля.

Этот метод основан на ламинарном течении жидкости в тонком капилляре. Объем жидкости, протекающей по капилляру радиусом R и длиной *l* за время *t* находится по формуле*:*

$$V = \frac{\pi R^4 \Delta P t}{8 \eta l}$$

Отсюда вязкость определяется по формуле:

$$\eta = \frac{\pi R^2 \Delta P t}{8 V l} \qquad (1.103)$$